

2.5.6 Počítáme s poměry I

Předpoklady: 020504

Pedagogická poznámka: Hodina neobsahuje žádnou novou látku. Žáci řeší samostatně jednotlivé úkoly. Snažím se na tabuli dostat s řešením alespoň k příkladu 6.

Př. 1: Mirka hází na koš. Průměrně dá 6 košů ze 14 pokusů.

- a) Jaký má poměr mezi úspěšnými a neúspěšnými hody?
- b) Kolikrát musí hodit, aby trefila alespoň 20 košů?
- c) Kolik neúspěšných a kolik úspěšných pokusů se dá očekávat, při 35 hodech?
- d) Z posledních 30 pokusů dala 13 košů. Byla více nebo méně úspěšná než obvykle?

a) Jaký má poměr mezi úspěšnými a neúspěšnými hody?

Úspěšných košů: 6, neúspěšných 8 $\Rightarrow$ poměr úspěšné: neúspěšné = $6:8 = 3:4$.

b) Kolikrát musí hodit, aby trefila alespoň 20 košů?

Vycházíme z poměru $3:4$.

3 díly ... 20 hodů

1 díl ... $20:3 = \frac{20}{3}$ hodů

Všechny hody: 7 dílů ... $7 \cdot \frac{20}{3} = \frac{140}{3} = 46, \bar{6} \doteq 47$ hodů.

Mirka by musela hodit 47 hodů, aby při stejné úspěšnosti trefila 20 košů.

c) Kolik neúspěšných a kolik úspěšných pokusů se dá očekávat, při 35 hodech?

7 dílů ... 35 hodů

1 díl ... $35:7 = 5$ hodů

Úspěšné hody: 3 díly ... $3 \cdot 5 = 15$ hodů.

Neúspěšné hody: 4 díly ... $4 \cdot 5 = 20$ hodů.

d) Z posledních 30 pokusů dala 13 košů. Byla více nebo méně úspěšná než obvykle?

Obvyklá úspěšnost: $3:7 = 0,428\dots$

Nejnovější úspěšnost: $13:30 = 0,4\bar{3}$.

Mirka o trochu úspěšnější než obvykle.

Př. 2: Katka tvrdí, že v jejích třídě je poměr holek a kluků $9:8$. Je to možné, když do její třídy chodí 30 dětí?

Poměr $9:8 \Rightarrow$ celá třída představuje 17 dílů $\Rightarrow$ počet žáků ve třídě by měl být dělitelný 17. 30 není dělitelné 17 $\Rightarrow$ Katka se plete.

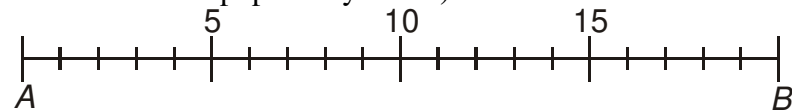
Př. 3: Načrtni do sešitu úsečku AB a rozděľ ji pomocí dílků na 20 částí. Dílky navrhni tak, aby se v obrázku dalo rychle orientovat. Vyznač na úsečku AB body C a D tak, aby platilo:

a) $|AC| : |CB| = 7 : 3$,

b) $|AB| : |AD| = 4 : 3$.

Vyznač do obrázku alespoň jeden bod E tak, aby platilo $|AB| : |AE| = 10 : 11$.

Využijeme trik z pravítek, část dílků bude delší, abychom tyto význačné hodnoty (které můžeme navíc i popsat zvýraznili).



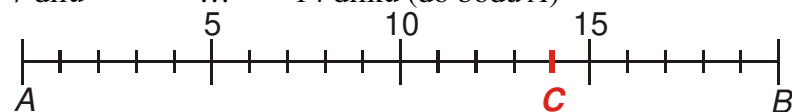
a) $|AC| : |CB| = 7 : 3$

Celá úsečka AB představuje $7 + 3 = 10$ dílů $\Rightarrow$ pro úsečku AC :

10 dílů ... 20 dílků

1 díl ... 2 dílky

7 dílů ... 14 dílků (do bodu A)



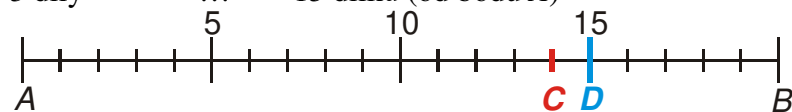
b) $|AB| : |AD| = 4 : 3$.

Celá úsečka AB představuje 4 díly $\Rightarrow$ pro úsečku AD :

4 díly ... 20 dílků

1 díl ... 5 dílků

3 díly ... 15 dílků (od bodu A)



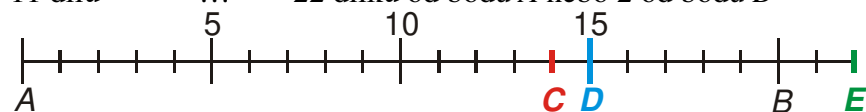
Vyznač do obrázku alespoň jeden bod E tak, aby platilo $|AB| : |AE| = 10 : 11$.

Úsečka AE má být delší než úsečka $AB \Rightarrow$ úsečku AB musíme prodloužit.

10 dílů ... 20 dílků

1 díl ... 2 dílky

11 dílů ... 22 dílků od bodu A nebo 2 od bodu B



Př. 4: Lívance pro čtyři osoby: 300 g hladké mouky, 0,5 litru mléka, 100 g másla, 2 vejce, 15 g droždí, 50 g cukru, sůl. Rozmícháme, necháme vykynout a pak opečeme. Přepočítej recept pro 10 osob.

Poměr počtu osob: $10 : 4 = 5 : 2$.

Mouka: $300 \cdot \frac{5}{2} = 750$ g.

Mléko: $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{4} = 1,25$ litru.

Máslo: $100 \cdot \frac{5}{2} = 250$ g.

Vejce: $2 \cdot \frac{5}{2} = 5$ kusy.

Droždí: $15 \cdot \frac{5}{2} = \frac{75}{2} = 37,5$ g.

Cukr: $50 \cdot \frac{5}{2} = 125$ g.

Lívance pro deset osob: 750 g hladké mouky, 1,25 litru mléka, 250 g másla, 5 vajec, 37,5 g droždí, 125 g cukru, sůl.

Př. 5: Jana si nechala zvětšit fotku o rozměrech 9 cm x 13 cm v poměru 5 : 2. Zvětšená fotografie má rozměry 39 cm a 27 cm. Je zvětšena správně?

Zkontrolujeme si poměry odpovídajících si stran:

- $27 : 9 = 3 : 1$
- $39 : 13 = 3 : 1$

⇒ obě strany jsou zvětšeny ve stejném poměru (obraz není zkreslená), ale nejsou zvětšeny v poměru 5:2 (jsou zvětšeny v poměru 3:1).

Př. 6: Úsečka AB má délku 7,2 cm a bod C , který leží blíže k bodu A , ji dělí v poměru 3 : 5. Urči délky úseček AC a BC .

Bod C dělí úsečku v poměru 3:5 ⇒ úsečka má 8 dílů.

8 dílů	...	7,2 cm
1 díl	...	$7,2 : 8 = 0,9$ cm

Délky úseček:

AC , 3 díly	...	$3 \cdot 0,9 = 2,7$ cm
CB , 5 dílů	...	$5 \cdot 0,9 = 4,5$ cm

Př. 7: Úsečka KL má délku 5,4 cm a bod M ji dělí tak, že platí $|KL| : |LM| = 6 : 5$. Urči délky úseček KM a LM .

$|KL| : |LM| = 6 : 5 \Rightarrow$ celá úsečka KL představuje 6 dílů.

6 dílů	...	5,4 cm
1 díl (úsečka KM)	...	$5,4 : 6 = 0,9$ cm
5 dílů (úsečka LM)	...	$5 \cdot 0,9 = 4,5$ cm

Př. 8: Šárka s Oldou získali za pololetí dohromady mezi 20 a 30 plusů. Kolik jich získali, když poměr jejich počtů je 4 : 3 pro Šárku?

Poměr plusů 4 : 3 ⇒ celkem 7 dílů ⇒ pokud sečteme počty plusů, musíme získat číslo dělitelné 7 ⇒ 2 možnosti:

- celkem 21 plusů ... 7 dílů:
- 1 díl ... $21 : 7 = 3$ plusů,
- 4 díly (Šárka) ... $3 \cdot 4 = 12$ plusů,
- 3 díly (Olda) ... $3 \cdot 3 = 9$ plusů.

- celkem 28 plusů ... 7dílů:
1 díl ... $28:7 = 4$ plusů,
4 díly (Šárka) ... $4 \cdot 4 = 16$ plusů,
3 díly (Olda) ... $3 \cdot 4 = 12$ plusů.

Šárka získala buď 12 nebo 16 plusů, Olda buď 9 nebo 12 plusů.

Př. 9: Čtyřsložková mastička se skládá ze složek A , B , C a D . Složky A a B se mísí v poměru 2:3, složky B a C v poměru 2:5 a složky C a D v poměru 2:3. Jak má lékárník smíchat mastičku dohromady?

Nejprve sjednotíme poměry $A:B = 2:3$ a $B:C = 2:5$. První poměr rozšíříme dvěma, druhý třemi tak, aby v obou vystupovalo 6 dílů společné složky B .

- $A:B = 2:3 = 4:6$,
- $B:C = 2:5 = 6:15$,

$\Rightarrow A:B:C = 4:6:15$.

Stejným způsobem postupujeme dál: $A:B:C = 4:6:15$ a $C:D = 2:3$. První poměr rozšíříme dvěma, druhý patnácti, aby v obou vystupovalo 30 dílů společné složky C .

- $A:B:C = 4:6:15 = 8:12:30$,
- $C:D = 2:3 = 30:45$,

$\Rightarrow A:B:C:D = 8:12:30:45$.

Shrnutí: